Prof. Dr. Alfred Toth

Weiteres zur Transfinitheit von Zeichen

1. In der transfiniten Arithmetik gelten bekanntlich (Sierpinski 1958, Bachmann 1955) die folgenden Rechnungsregeln:

$\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$

$\aleph_0 \cdot n = \aleph_0 = n \cdot \aleph_0 = \aleph_0$

$\aleph_0 + n = n + \aleph_0 = \aleph_0$

$\aleph_0 = \aleph_0^n$

$\aleph_0^{\aleph_0} = n^{\aleph_0}$.

Diese Gesetze gelten, wie in Toth (2011) gezeigt, allesamt auch für Zeichen.

2. Eine strikte Ordnung, wie sie in der finiten Arithmetik etwa die natürlichen Zahlen besitzen

$1 < 2 < 3 < ... < n$,

gibt es in der transfiniten Arithmetik nur dann, wenn eine Hierarchie von Potenzmengen vorliegt:

$$\aleph_0 < 2^{\aleph_0} < 2^{2^{\aleph_0}} < 2^{2^{2^{\aleph_0}}} < \dots$$

Das für die Semiotik wesentliche Kriterium der Potenzmenge ist, wie bereits in Toth (2006) dargestellt wurde, das Auftreten der leeren Menge bzw. des Nullzeichens, das als Abwesenheit eines Zeichens interpretiert wird:

$\wp(PZ) = \wp(1, 2, 3) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \emptyset\}$.

Bilden wir nun eine Hierarchie von

$\dots$

$\wp(PZ)$

$\wp(PZ)$

$\wp(PZ)$,

so entsteht die strikte Ordnung

$\wp(PZ) < \wp\wp(PZ) < \wp\wp\wp(PZ) < \dots$

semiotisch offenbar dadurch, dass das Nullzeichen, d.h. die Möglichkeit zur Abwesenheit von Zeichen, auf jeder neuen hierarchischen Stufe gegeben ist. Darauf darf man folgendes schliessen: Während z.B. die Anbringung von meherern anstatt einem Stoppschild an einer Strassenkreuzung an dem einen Zeichen nichts ändert, d.h. dass sich semiotisch keine Summe aus diesen Zeichen bilden lässt, impliziert jede Relation, die ein Nullzeichen enthält, eine NEUE Zeichenrelation, was etwa dem Fall entspricht, dass an der Kreuzung anstatt zweier Stoppschilder neben dem einen Stoppschild ein zweites, aber qualitativ verschiedenes Zeichen (z.B. ein Fussgängerstreifen oder eine Abbiege-Signalisation) angebracht wird. Umgekehrt formuliert: Die Präsenz eines Stoppschildes impliziert nur seine eigene Abwesenheit, bildet also mit dieser zusammen nur eine semiotische Potenzmenge $\wp(PZ)$, während die Präsenz eines Stoppschildes und einer Abbiegevorrichtung ZWEI ABWESENHEITEN VON ZEICHEN und damit zwei iterative Potenzmengen $\wp\wp(PZ)$ voraussetzt. Nur der letztere Fall ermöglicht aber eine Addition von Zeichen, denn es ist ja z.B.

$(3.1\ 2.1\ 1.1) + (3.1\ 2.1\ 1.1) = (3.1\ 2.1\ 1.1) \sqcup (3.1\ 2.1\ 1.1) =$

$\max (3.1\ 2.1\ 1.1) + (3.1\ 2.1\ 1.1) = (3.1\ 2.1\ 1.1)$,

aber

$(3.1\ 2.1\ 1.2) + (3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.1\ 2.1\ 1.2) \sqcup (3.1\ 2.1\ 1.3) =$

$\max (3.1\ 2.1\ 1.2) + (3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.1\ 2.1\ 1.3)$,

d.h. $(3.1\ 2.1\ 1.1) \neq (3.1\ 2.1\ 1.3)$.

Bibliographie

Bachmann, Heinz, Transfinite Zahlen. Springer 1955

Sierpinski, Waclaw, Cardinal and Ordinal Numbers. Warshawa 1959

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Sind Peirce-Zahlen transfinit? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Peirce-Zahlen%20transfinit.pdf (2011)

29.4.2011